

Modélisation des transferts radiatifs dans un incinérateur des émissions polluantes de la pyrolyse du bois

Radiative transfer modeling in an incinerator of polluting wood pyrolysis emissions

Rachid Méchi^a, Habib Farhat^{b,*}, Kamel Halouani^c, Mohamed-Sassi Radhouani^a

^a ENIM, route de Kairouan 5019, Monastir, Tunisie

^b IPEIM, rue Ibn El Jazzar 5019, Monastir, Tunisie

^c IPEIS, route Menzel Chaker Km 0.5, BP : 805-3000, Sfax, Tunisie

Reçu le 30 janvier 2003 ; accepté le 31 octobre 2003

Disponible sur Internet le 13 février 2004

Résumé

On se propose, en première approche, d'étudier les transferts radiatifs dans un incinérateur vertical des effluents atmosphériques de la pyrolyse du bois, par une analyse nodale associée à la méthode des zones où le terme dû au rayonnement dans le bilan d'énergie est exprimé en terme d'aires d'échange. Le calcul des propriétés radiatives d'un mélange de gaz et de suie est effectué à l'aide du modèle de somme pondérée de gaz gris (modèle SPGG). La symétrie axiale (thermique et radiative) du système ramène la résolution au cas d'une configuration bidimensionnelle. L'influence des principaux paramètres (émissivité, concentration de suie, rapport de pressions partielles) sur les distributions de flux net radiatif surfacique et de température au sein du milieu, est mise au point en considérant deux types de problèmes. Les résultats fournis par le code numérique élaboré sont en bon accord avec ceux obtenus par la méthode des rayons équivalents d'Hottel. Ce code assez souple peut tenir compte de différentes conditions aux limites et permet de modifier aisément l'ordre de discrétisation spatiale. © 2004 Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Pyrolyse du bois ; Incinération ; Rayonnement ; Suie ; Analyse nodale ; Méthode des zones ; Facteurs d'échange ; Moindres carrées ; Modèle de somme pondérée de gaz gris ; Méthode des rayons équivalents d'Hottel

1. Introduction

La pyrolyse est l'une des voies les plus importantes de la valorisation énergétique des déchets végétaux et particulièrement du bois. Cependant, les analyses réalisées montrent que de tels procédés engendrent une pollution atmosphérique très importante et conduisent à de faibles rendements de conversion (inférieurs à 15 %) [1]. En effet, 70 % de la masse initiale anhydre se retrouve dans les fumées sous forme d'aérosols, de gaz polluants (CO₂, CO) et de composés organiques condensables (goudrons et pyrolygneux),

encore trop souvent rejetés par ces procédés directement dans l'atmosphère malgré leur impact négatif sur l'environnement. La mise au point récente, d'une technologie de pyrolyse propre et très performante valorisant notamment les fumées de pyrolyse par combustion-incinération [2], nécessite l'élaboration de codes de calcul permettant l'optimisation de ce procédé de dépollution.

Mis à part la performance indiscutable de l'atténuation de toxicité (destruction de plus de 99 % de la masse des polluants hors CO₂ et réduction de l'émission des gaz à effet de serre), l'incinération des éléments polluants des fumées de carbonisation permet de valoriser l'énergie thermique d'incinération et de combustion récupérée en aval (pré-séchage du bois avant carbonisation et préchauffage de l'air de combustion) et d'augmenter de ce fait le rendement thermique de l'installation qui peut atteindre environ 90 % [2].

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : rachid.mechi@isigk.rnu.tn (R. Méchi),
habib.farhat@ipeim.rnu.tn (H. Farhat), kamel.halouani@ipeis.rnu.tn
(K. Halouani), ms.radhouani@enim.rnu.tn (M.-S. Radhouani).

Nomenclature

A	aire d'une surface	m^2	x_{ij}	aires d'échange direct estimées	m^2
a_ε, a_α	facteurs de pondération du modèle SPGG		x'_{ij}	aires d'échange direct ajustées	m^2
b_1, b_2	coefficients de pondération de Truelove		[]	matrice	
c	coefficients du polynôme de Smith, en température des surfaces		{ }	vecteur	
C	concentration de suie	$kg \cdot m^{-3}$	<i>Symboles grecs</i>		
I	nombre total de gaz gris ou numéro du dernier nœud dans la direction (Ox)		α	absorptivité totale d'un gaz	
k	ordre de discrétisation d'Olsommer		Γ	nombre de surfaces ou de volumes	
k_g	coefficient d'absorption spécifique de gaz	$Pa^{-1} \cdot m^{-1}$	δ	fonction delta de Dirac ou erreur attachée à la contrainte de conservation de l'énergie	
k_s	coefficient d'absorption spécifique de suie	$Pa^{-1} \cdot m^{-1}$	ε	émissivité totale d'un gaz ou émissivité de paroi	
$K_t, K_{t,n,m}$	coefficient d'absorption de gaz gris	m^{-1}	η_i, η_j	angle reliant la normale à la surface i (respectivement j) et le vecteur reliant cette surface à une zone surface ou volume	rad
L	Lagrangien		$\Lambda - 1$	degré du polynôme de Smith, en température de gaz	
L_e	longueur moyenne de gaz	m	λ	multiplicateur de Lagrange	
$(L' - 1)$	ordre du polynôme de Smith, en température de surface		μ	$= \cos \eta$	
M°	émittance du corps noir	$W \cdot m^{-2}$	ρ	réflectivité	
$M_{g,\lambda}^\circ$	émittance spectrale du corps noir	$W \cdot m^{-3}$	σ	constante de Stefan–Boltzmann, $= 5,6710^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	
M, N	ordres des discrétisations spatiales respectivement suivant (Oy) et (Ox)		φ_r	flux net radiatif par unité de surface	$W \cdot m^{-2}$
M_X	nombre total de zones, $= \Gamma_s + \Gamma_g$		$\varphi_{réf}$	flux net radiatif de référence, par unité de surface, $= \sigma T_g^4$	$W \cdot m^{-2}$
N_g	nombre de termes de gaz gris dus au mélange gazeux		χ	coefficient de sous-relaxation	
N_s	nombre de termes de gaz gris dus au suie		<i>Exposants</i>		
P	pression partielle ou totale	atm	\circ	corps noir	
Q	flux de chaleur	W	T	matrice transposée	
r_{ij}	distance entre deux éléments i et j	m	<i>Indices</i>		
[R]	$R_{ij} = A_j \delta_{ij} - \overline{s_i s_j} \rho_j$		g	gaz	
[R*]	matrice de pondération		i, j	élément de surface ou de volume	
r_{ij}^*	coefficients de la matrice [R*]		l	température de surface	
S	longueur de parcours géométrique de gaz	m	m	n° du terme de gaz gris dû au suie	
$\overline{s_i s_j}, \overline{s_i g_j}, \overline{g_i s_j}$ et $\overline{g_i g_j}$	aires d'échange direct	m^2	n	n° du terme de gaz gris dû au mélange gazeux	
$\overline{S_i S_j}, \overline{S_i G_j}, \overline{G_i S_j}$ et $\overline{G_i G_j}$	aires d'échange total	m^2	p	paroi intérieure	
$\overline{S_i S_j}, \overline{S_i S_j}, \overline{G_i S_j}, \overline{G_i S_j}, \overline{G_i G_j}$ et $\overline{G_i G_j}$	aires d'échange dirigé	m^2	s	suie ou surface	
T	température	K	ζ	coefficients de pondération du polynôme en température de gaz	
V	volume d'un élément de gaz	m^3	λ	spectrale	
w_{ij}	coefficients de normalisation des aires d'échange direct		ν	$\nu^{\text{ème}}$ gaz gris	

Les Groupes Bois-Énergie du Laboratoire des Systèmes Electromécaniques (LASEM) à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS) et Génie Thermique à l'École Nationale d'Ingénieurs de Monastir (ENIM) se proposent d'étudier et de mettre au point la première installation pilote de carbonisation du bois munie d'un incinérateur vertical des effluents atmosphériques engendrés par cette opération. Il est ainsi nécessaire d'élaborer un code de calcul numérique de l'échange thermique couplé par rayonnement et convection naturelle au sein de l'incinérateur : calculer les fuites ther-

miques par conduction à travers les parois (réfractaires et isolantes), dimensionner l'incinérateur et présenter les paramètres adéquats de fonctionnement de l'installation (composition, température, débit). Dans ce cadre, une étude récente a été effectuée par Halouani et Farhat [2] sur une installation qui produit du charbon et traite les effluents atmosphériques de la pyrolyse du bois par combustion–incinération. Notre étude s'articule autour de trois étapes essentielles :

- La première consiste à calculer les aires d'échange direct (AED) en considérant les surfaces comme étant

grises en émission comme en réflexion et à réflexion diffuse-isotrope. La normalisation des AED est effectuée à l'aide de la méthode des moindres carrés, basée sur les multiplicateurs de Lagrange [3]. La précision des AED ainsi normalisées peut être contrôlée à l'aide de certaines règles de sommation. Olsommer et al. [4] utilisent ce principe pour comparer la précision de la méthode de Monte Carlo et une méthode numérique pour l'évaluation des AED mais sans les normaliser. Dans ce travail, la technique de discrétisation d'Olsommer qui s'est avérée plus précise et économique en temps de calcul [4], sera adaptée à la géométrie complexe de l'incinérateur.

- Dans la deuxième étape, les aires d'échange total (AET), tenant compte des réflexions multiples subies par le rayonnement, sont déduites à partir des AED par résolution d'un système d'équations algébriques (calcul matriciel) [5].
- La troisième étape consiste à calculer les aires d'échange dirigé après avoir résolu le système d'équations algébriques, obtenu en calculant le bilan radiatif net au sein de chaque zone du domaine de calcul. La prise en compte de la dépendance spectrale des propriétés radiatives des produits de combustion émis (CO₂, H₂O, suie) est effectuée à l'aide du modèle de somme pondérée de gaz gris (modèle SPGG).

L'influence de l'émissivité des parois de l'incinérateur, de la concentration de suie et du rapport de pressions partielles P_{H₂O}/P_{CO₂} sur les distributions de température et de flux net radiatif surfacique au sein du milieu, est mise au point en considérant deux types de problèmes. Des tests effectués et la comparaison des résultats numériques de la présente étude avec ceux obtenus par la méthode des rayons équivalents d'Hottel [6] dans le cas d'un milieu gazeux isotherme, ont pour objectifs la vérification du bon comportement et de la souplesse du code numérique élaboré.

2. Présentation de la méthode des zones

Le problème de l'échange radiatif dans les milieux semi-transparents (absorbants, émettants et diffusants), a suscité l'attention de plusieurs chercheurs vu ses applications multiples (chambres de combustion, fours ...). Jusqu'à présent, de nombreuses techniques ont été proposées pour traiter de tels problèmes parmi lesquelles on peut citer la méthode des zones développée initialement par Hottel et Sarofim [7]. Noble [8] et Naraghi et Chung [9] ont utilisé d'autres alternatives introduisant la notion d'aires d'échange. Larsen et Howell [10] ont proposé un schéma alternatif dans lequel les aires d'échange direct (AED) sont déterminées expérimentalement vue la complexité, dans certaines configurations, de la voie numérique qui sera appliquée plus tard avec succès par Olsommer et al. [4].

La méthode des zones permet d'évaluer l'échange radiatif, au sein des géométries multi-dimensionnelles, contenant

des milieux semi-transparents anisothermes. Des travaux récents ont montré que la méthode des zones offre de réelles perspectives. Elle s'adapte facilement avec l'analyse nodale qui consiste à décomposer le système en une série de nœuds. Chaque nœud occupe le centre d'une zone (volume ou surface). Un bilan d'énergie, effectué au niveau de chaque zone, ramène le problème de transfert radiatif à la résolution d'un système d'équations algébriques non linéaires en fonction de la température. Le terme dû au rayonnement dans le bilan d'énergie est exprimé en fonction de facteurs de rayonnement (aires d'échange) dépendant de la température des différents nœuds du système. Ces facteurs de rayonnement se calculent en trois étapes successives ((a) aires d'échange direct, (b) aires d'échange total, (c) aires d'échange dirigé) [4,5] dont les deux premières sont indépendantes de la température ce qui engendre une réduction considérable du temps de calcul. Toutefois, cette méthode traite difficilement le cas de géométries complexes (échange radiatif entre zones non nécessairement en regard : visibilité des zones entre eux), l'anisotropie de la diffusion et la variation spectrale des propriétés radiatives du milieu et des parois qui le confinent.

2.1. Aires d'échange direct

Les aires d'échange direct, $\overline{s_i s_j}$, $\overline{s_i g_j}$ et $\overline{g_i g_j}$, représentent le rapport entre le flux radiatif total provenant de la zone i (zone surface i ou zone volume i) et parvenant sur la zone j (zone surface j ou zone volume j) sans avoir subi de réflexion, et le flux radiatif surfacique total partant de i dans le cas d'une surface i ou partant de la surface délimitant le volume i lorsqu'il s'agit d'une zone volume i , ce qui confère à ces termes la dimension d'une surface (aire). Les expressions intégrales suivantes [5], définissant les aires d'échange direct (AED) et tenant compte des paramètres d'orientation des zones surface, justifient leur réciprocité (Fig. 1) :

$$\begin{cases} \overline{s_i s_j} = \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\mu_i \mu_j e^{-K_t r_{ij}}}{\pi r_{ij}^2} dA_i dA_j = \overline{s_j s_i} \\ \overline{g_i s_j} = \int_{V_i} \int_{A_j} \frac{K_t \mu_j e^{-K_t r_{ij}}}{\pi r_{ij}^2} dV_i dA_j = \overline{s_j g_i} \\ \overline{g_i g_j} = \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{K_t^2 e^{-K_t r_{ij}}}{\pi r_{ij}^2} dV_i dV_j = \overline{g_j g_i} \end{cases} \quad (1)$$

En appliquant la discrétisation spatiale illustrée sur la Fig. 2, les AED sont regroupées dans la matrice symétrique suivante :

$$[\mathbf{X}] = \begin{bmatrix} [\overline{\mathbf{ss}}] & [\overline{\mathbf{sg}}] \\ [\overline{\mathbf{sg}}]^T & [\overline{\mathbf{gg}}] \end{bmatrix} \quad (2)$$

La normalisation de cette matrice revient à ajuster les aires d'échange direct x_{ij} , initialement estimées, aux contraintes de conservation d'énergie c_i :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{M_X} x_{ij} = c_i \\ \text{surface } i : c_i = A_i, \quad 1 \leq i \leq \Gamma_s \\ \text{volume } i : c_i = (4K_t V)_{i_g=i-\Gamma_s}, \\ \Gamma_s < i \leq M_X, \quad 1 \leq i_g \leq \Gamma_g \end{cases} \quad (3)$$

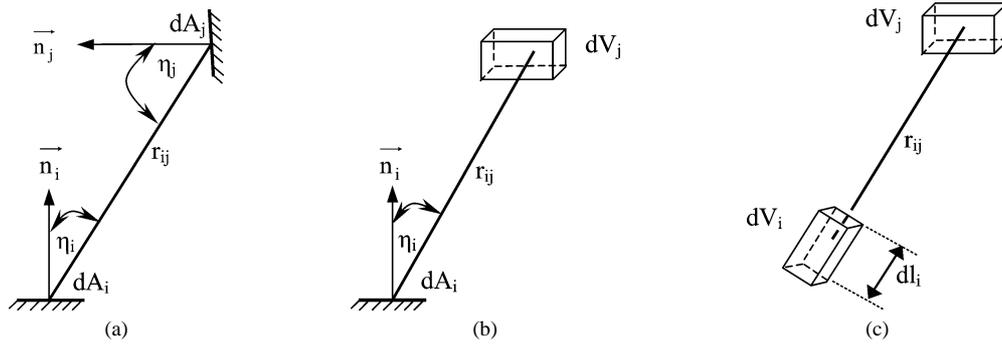


Fig. 1. Aires d'échange direct : (a) surface–surface, (b) surface–volume, (c) volume–volume.

Fig. 1. Direct exchange areas: (a) surface–surface, (b) surface–volume, (c) volume–volume.

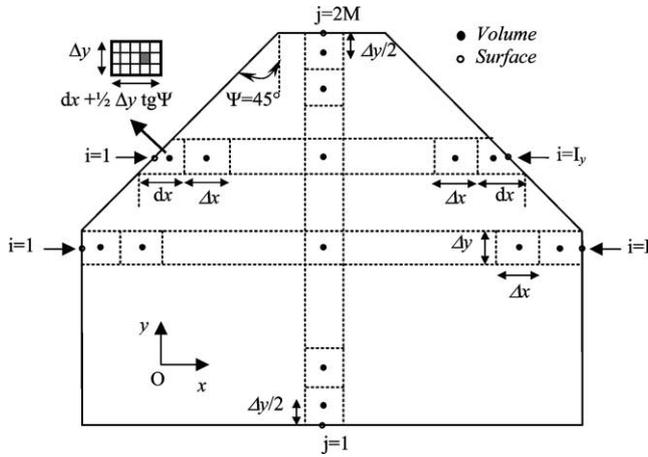


Fig. 2. Discrétisation spatiale du système étudié.

Fig. 2. Spatial discretization of the studied system.

D'après Larsen et Howell [3], ce problème se ramène à la minimisation d'une fonctionnelle L , appelée couramment Lagrangien, en se basant sur la méthode des moindres carrés associée à celle des multiplicateurs de Lagrange :

$$L = H + \sum_{i=1}^{M_X} \lambda_i (g_i + g_i^*) \quad (4)$$

où

$$\begin{cases} H = \sum_{i=1}^{M_X} \sum_{j=1}^{M_X} \frac{1}{2w_{ij}} (x'_{ij} - x_{ij})^2 \\ g_i = c_i - \sum_{j=1}^{M_X} x'_{ij} \quad i = 1, \dots, M_X \\ g_i^* = c_i - \sum_{j=1}^{M_X} x'_{ji} \quad i = 1, \dots, M_X \end{cases} \quad (5)$$

D'après l'équation (3), on dispose de M_X contraintes indépendantes et $2 \times M_X$ contraintes équivalentes deux à deux (contrainte calculée à partir de la $i^{\text{ème}}$ ligne ou la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $[X]$). On distingue alors M_X multiplicateurs de Lagrange λ_i estimés suite à la résolution du système d'équations algébriques, obtenu par minimisation du Lagrangien L par rapport aux x'_{ij} :

$$\frac{\partial L}{\partial x'_{ij}} = 0 \quad i, j = 1, \dots, M_X \quad (6)$$

Les aires d'échange direct ajustées x'_{ij} peuvent alors se présenter sous la forme suivante :

$$x'_{ij} = x_{ij} + w_{ij} (\lambda_i + \lambda_j) \quad (7)$$

Notons que les coefficients de pondération doivent être symétriques afin de préserver la symétrie des AED après normalisation ($w_{ij} = w_{ji}$). Les multiplicateurs de Lagrange λ_i peuvent être obtenus après résolution du système d'équations algébriques suivant :

$$[\mathbf{R}^*] \{\boldsymbol{\lambda}\} = \{\boldsymbol{\delta}\} \quad (8)$$

où

$$\begin{cases} r_{ij}^* = w_{ij}, \quad i \neq j \\ r_{ii}^* = w_{ii} + \sum_{j=1}^{M_X} w_{ij} \\ \delta_i = c_i - \sum_{j=1}^{M_X} x_{ij} \end{cases} \quad (9)$$

2.2. Aires d'échange total

Les aires d'échange total (AET), $\overline{S_i S_j}$, $\overline{G_i S_j}$ et $\overline{G_i G_j}$ décrivent l'échange radiatif net entre deux éléments, gris et diffus et pour un gaz gris. Le bilan radiatif au niveau de chaque zone i ($\Phi_i = \sum_j \Phi_{i,j,\text{net}}$) permet d'évaluer les AET qui sont indépendantes de la température [5]. Les expressions matricielles qui relient les AET aux AED sont fournies sous une forme matricielle par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} [\overline{\mathbf{SS}}] = [\boldsymbol{\varepsilon}][\mathbf{A}][\mathbf{R}]^{-1}[\overline{\mathbf{ss}}][\boldsymbol{\varepsilon}] \\ [\overline{\mathbf{SG}}] = [\boldsymbol{\varepsilon}][\mathbf{A}][\mathbf{R}]^{-1}[\overline{\mathbf{sg}}] = [\overline{\mathbf{GS}}]^T \\ [\overline{\mathbf{GG}}] = [\overline{\mathbf{gs}}][\boldsymbol{\rho}][\mathbf{R}]^{-1}[\overline{\mathbf{sg}}] + [\overline{\mathbf{gg}}] \end{cases} \quad (10)$$

$[\boldsymbol{\varepsilon}]$, $[\mathbf{A}]$ et $[\boldsymbol{\rho}]$ sont des matrices diagonales représentant respectivement les émissivités, les aires et les réflectivités des différentes zones surface supposées grises en émission comme en réflexion et à réflexion diffuse-isotrope. Dans ce travail, on a supposé que les zones surface ont toutes la même émissivité et réflectivité et que ces dernières sont indépendantes de la température des parois et de la variation spectrale. En utilisant les AED normalisées, on vérifie, en se basant sur des règles de sommation, que les AET sont aussi normalisées.

2.3. Aires d'échange dirigé

Contrairement aux aires d'échange direct (AED) et total (AET) qui ne dépendent ni de la température du milieu de combustion (CO₂, H₂O, suie . . .) ni de celle des parois qui le confinent, les aires d'échange dirigé entre deux éléments de surfaces gris et diffus ($\overrightarrow{S_i S_j}$, $\overleftarrow{S_i S_j}$) expriment l'échange radiatif net en tant que somme pondérée des AET surface-surface [11] où on tient compte, particulièrement, de la température des parois de l'incinérateur. La température du gaz intervient dans le calcul des aires d'échange dirigé entre une surface et un gaz ou entre deux gaz, définies respectivement par les termes ($\overrightarrow{G_i S_j}$, $\overleftarrow{G_i S_j}$) et ($\overrightarrow{G_i G_j}$, $\overleftarrow{G_i G_j}$). Les différentes relations qui existent entre, d'une part, les aires d'échange et d'autre part, les caractéristiques physiques et géométriques du milieu étudié sont présentées dans la référence [4].

Les aires d'échange dirigé sont exprimées sous la forme d'une somme pondérée des AET. Les coefficients de pondération sont obtenus à partir d'un procédé de régression ajustant le modèle de somme pondérée de gaz gris (modèle SPGG) au modèle exponentiel à bandes larges [12]. Les différents termes des aires d'échange dirigé sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{S_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{p,n,m}(T_i) (\overrightarrow{S_i S_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \\ \overleftarrow{S_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{p,n,m}(T_j) (\overleftarrow{S_i S_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \\ \overrightarrow{G_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{g,n,m}(T_{g,i}) (\overrightarrow{G_i S_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \\ \overleftarrow{G_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{p,n,m}(T_j) (\overleftarrow{G_i S_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \\ \overrightarrow{G_i G_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{g,n,m}(T_{g,i}) (\overrightarrow{G_i G_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \\ \overleftarrow{G_i G_j} = \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} a_{g,n,m}(T_{g,j}) (\overleftarrow{G_i G_j})_{K_t=K_{t,n,m}} \end{cases} \quad (11)$$

Un bilan d'énergie, effectué sur chaque élément de surface ou de volume, permet d'établir l'expression du flux net radiatif échangé au niveau de chaque zone du domaine de calcul [7] :

$$\begin{cases} \text{surface } i : \\ Q_i = \sum_{j=1}^{F_g} \overrightarrow{G_j S_i} M_{g,j}^\circ + \sum_{j=1}^{F_s} \overrightarrow{S_j S_i} M_j^\circ - A_i \varepsilon_i M_i^\circ \\ \text{volume de gaz } i : \\ Q_i = \sum_{j=1}^{F_g} \overrightarrow{G_j G_i} M_{g,j}^\circ + \sum_{j=1}^{F_s} \overrightarrow{S_j G_i} M_j^\circ \\ - 4 \sum_{n=1}^{N_g} \sum_{m=1}^{N_s} (a_{g,n,m} K_{t,n,m})_i V_i M_{g,i}^\circ \end{cases} \quad (12)$$

Pour résoudre ces deux équations couplées, une approche numérique basée sur les résultats de Truelove [13] est adoptée pour la modélisation globale du problème radiatif.

3. Modèle de somme pondérée de gaz gris

Le modèle de somme pondérée de gaz gris (modèle SPGG) constitue l'une des approches de simulation des propriétés radiatives des gaz réels les plus faciles à appréhender et à mettre en œuvre. Ce modèle consiste à exprimer

l'émissivité et l'absorptivité sous la forme d'une somme, respectivement, sur les émissivités et absorptivités associées à chacun des gaz gris ($\varepsilon_g = \alpha_g$ d'après la loi de Kirchhoff), pondérée par des coefficients dépendant de la température. L'émissivité et l'absorptivité totales d'un mélange non-gris de gaz (CO₂, H₂O, espèces gazeuses diatomiques non participant aux échanges radiatifs ou simplement gaz clair) et de suie sont données respectivement par les équations suivantes [12] :

$$\begin{cases} \varepsilon_g = \sum_{v=0}^I a_{\varepsilon,v}(T_g) [1 - e^{-K_v P S}] \\ a_{\varepsilon,v}(T_g) = \sum_{\zeta=1}^A b_{\varepsilon,v,\zeta} T_g^{\zeta-1} \\ \alpha_g = \sum_{v=0}^I a_{\alpha,v}(T_g, T_p) [1 - e^{-K_v P S}] \\ a_{\alpha,v}(T_g, T_p) = \sum_{\zeta=1}^A (\sum_{l=1}^{L'} (c_{\alpha,v,\zeta,l} T_p^{l-1})) T_g^{\zeta-1} \end{cases} \quad (13)$$

Ces formules découlent d'une approche spectrale ayant pour objectif la prise en compte de la dépendance spectrale du mélange gaz/suie où les particules de suie sont supposées émettantes, absorbantes et diffusantes. Toutefois, la diffusion du rayonnement par les suies est difficile à traiter compte tenu de la dispersion de leurs formes et leurs dimensions [14]. Le mélange gaz/suie est supposé, en outre, en équilibre thermique local (la température locale des particules de suie est la même que celle du gaz). Dans ce travail, le spectre du milieu est subdivisé en bandes étroites où chacune est associée à un gaz gris de composition homogène et isotherme. L'ensemble de ces bandes constitue les gaz gris représentatifs de chaque zone (volume) du milieu non-gris, d'émissivité $(1 - e^{-K_v P S})$ et de coefficient d'absorption K_v . Pour ce modèle, chaque facteur de pondération $a_{\varepsilon,v}$ représente la fraction d'émittance de la région spectrale, caractérisée par la longueur d'onde λ , dont le coefficient d'absorption est situé au voisinage de K_v [13] :

$$a_{\varepsilon,v}(T_g) = \frac{1}{\sigma T_g^4} \int_{K=K_v} M_{g,\lambda}^\circ(T) d\lambda \quad (14)$$

Les facteurs de pondération associés à l'absorptivité totale des gaz non-gris sont définis à partir de l'équation précédente mais en considérant la température des surfaces qui délimitent le milieu gazeux. Ils doivent être tous positifs et vérifiant :

$$\sum_{v=0}^I a_{\varepsilon,v}(T_g) = 1, \quad \sum_{v=0}^I a_{\alpha,v}(T_g, T_p) = 1 \quad (15)$$

Dans la suite, on se propose de calculer l'échange radiatif au sein de l'incinérateur vertical de la Fig. 3 en se basant sur la méthode des zones associée à l'analyse nodale et le modèle SPGG. La méthode des rayons équivalents d'Hottel [6] est utilisée, dans un cas de problème, pour tester le bon comportement du code numérique élaboré.

4. Application à la géométrie de l'incinérateur

Le milieu, mélange de gaz de pyrolyse du bois (essentiellement du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau) et de suie, est supposé absorbant, émettant et diffusant. Ce mélange, supposé homogène, est confiné dans l'incinérateur représenté par la Fig. 3. Il comporte deux régions : la première, de forme cylindrique, est destinée à la combustion des émissions de carbonisation ; le rayonnement est donc le mode de transfert de chaleur prépondérant. La deuxième est une zone à convection qui conduit les produits de combustion vers la cheminée. Les parois intérieures délimitant le milieu, en bé-

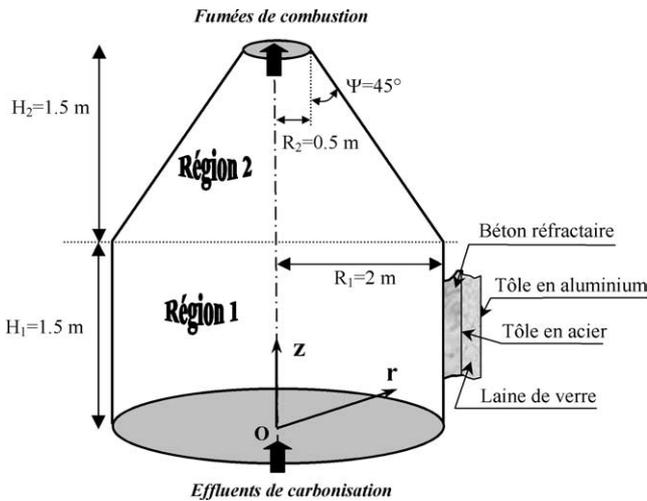


Fig. 3. Caractéristiques géométriques et physiques de l'incinérateur des fumées de la pyrolyse du bois.

Fig. 3. Geometrical and physical characteristics of the incinerator of wood pyrolysis smokes.

ton réfractaire, sont supposées grises en émission comme en réflexion et à réflexion diffuse-isotrope. Dans le cas de l'incinérateur vertical considéré (géométrie complexe), la symétrie géométrique et radiative, axiale, ramène la résolution au cas d'une cavité bidimensionnelle. Le système étudié est subdivisé en zones (surfaces, volumes) comme l'illustre la Fig. 2. La numérotation de ces zones est portée sur la Fig. 4. Les volumes de la région 2, situés au voisinage immédiat des surfaces latérales, sont remplacés par des volumes de section rectangulaire (Fig. 5). Pour ces volumes, la méthode numérique proposée, pour calculer les aires d'échange direct (AED), consiste à les subdiviser en des volumes élémentaires, selon la méthode proposée par Olsommer et al. [4] et à ne pas additionner les contributions des éléments de volumes situés à l'extérieur du domaine de calcul. Les différents cas possibles sont représentés sur la Fig. 5. Cette technique aboutit à des résultats numériques d'autant plus précis que la discrétisation est fine.

Afin de valider le code de calcul numérique des AED, nous avons considéré un coefficient d'absorption du gaz $K_t = 5,125 \text{ m}^{-1}$ et un maillage spatial du type $(N, M) = (7, 5)$, soit au total 38 volumes et 24 surfaces. On désigne par k et $k \times k$ les nombres de subdivisions, respectivement, des surfaces et des volumes. D'après la Fig. 6, les AED évoluent suivant une loi de variation logarithmique en fonction de l'ordre de discrétisation k . Pour remédier à ce problème, nous avons appliqué la méthode des moindres carrés de Larsen et Howell [3] pour ajuster les AED aux contraintes de conservation d'énergie, connues sous le nom de règles de sommation («sum rules» en anglo-saxon). On remarque que les AED normalisées évoluent dans le sens de la convergence et tendent à se stabiliser lorsque l'ordre de discrétisation d'Olsommer k augmente. Ainsi, une

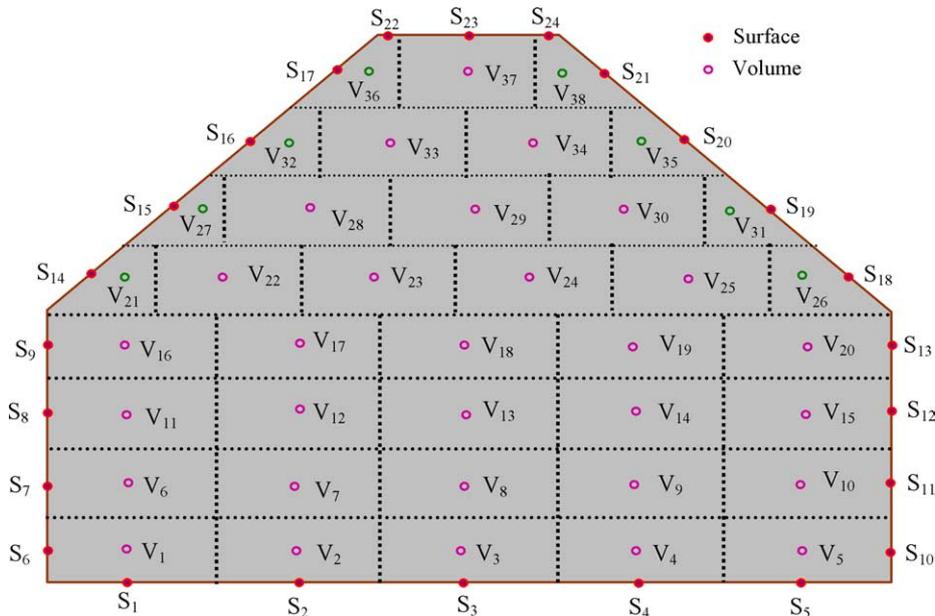


Fig. 4. Numérotation des zones pour un maillage spatial du type $(N, M) = (7, 5)$.

Fig. 4. Numeration of the zones for a grid mesh type $(N, M) = (7, 5)$.

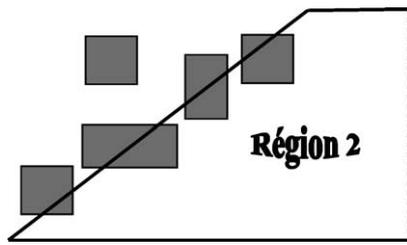


Fig. 5. Différents cas possibles de subdivisions des volumes situés au voisinage immédiat des surfaces latérales de la région 2.

Fig. 5. Different possible cases of volume subdivisions located in the immediate vicinity to side surfaces of region 2.

discrétisation avec un ordre k relativement faible, permet de calculer les AED, après normalisation, avec une précision satisfaisante et un temps de calcul moindre. Dans la suite, l'ordre de discrétisation k sera pris égal à 11.

Les facteurs de pondération w_{ij} utilisés pour la normalisation des AED sont du type $w_{ij} = x_{ij}^2$ [3]. La faisabilité de cette technique a été testée en vérifiant certaines règles de sommation aussi bien pour les AED que les aires d'échange total (AET). Lors de la normalisation surviennent certaines valeurs négatives des AED. Pour contourner ces artefacts numériques, la technique de sous-relaxation a été adoptée :

$$(x_{ij})_{\text{itération } p} = \chi(x_{ij})_{\text{fraîchement calculée}} + (1 - \chi)(x_{ij})_{\text{itération } (p-1)} \quad (16)$$

Des tests ont montré que ce problème s'atténue lorsque le maillage est fin et que la précision des AED dépend de l'ordre de la discrétisation spatiale (N, M). Le critère d'arrêt des itérations sur les multiplicateurs de Lagrange est choisi égal à 10^{-10} .

5. Analyse des résultats

Le milieu est un mélange de gaz (H_2O, CO_2 , gaz clair) et de suie. Il est confiné dans l'incinérateur de la Fig. 3 à parois grises en émission comme en réflexion et à réflexion diffuse-isotrope. Le choix du maillage spatial du type $(N, M) = (7, 5)$ est justifié dans la Section 6. Après normalisation des aires d'échange direct (AED), les règles de sommation sont bien vérifiées. L'écart relatif maximal entre les AED et les contraintes de conservation ne dépasse pas $10^{-2} \%$. Olsommer et al. [4] ont montré qu'avec la méthode de Monte Carlo, la génération de 100 000 faisceaux issus d'une zone dans des directions aléatoires, parvenant sur chacune des zones surface et volume de l'incinérateur, engendre une précision des AED voisine de 92 % alors qu'elle atteint 97 % avec la méthode numérique alternative. Les aires d'échange direct et total correspondant à chacun des coefficients $K_{t,n,m}$ sont calculées une seule fois. Ce dernier est donné par la formule semi-empirique proposée par Truelove [13] :

$$K_{t,n,m} = k_{g,n}(p_{H_2O} + p_{CO_2}) + k_{s,m}C_s \quad (17)$$

$$n = 1, \dots, N_g; m = 1, \dots, N_s$$

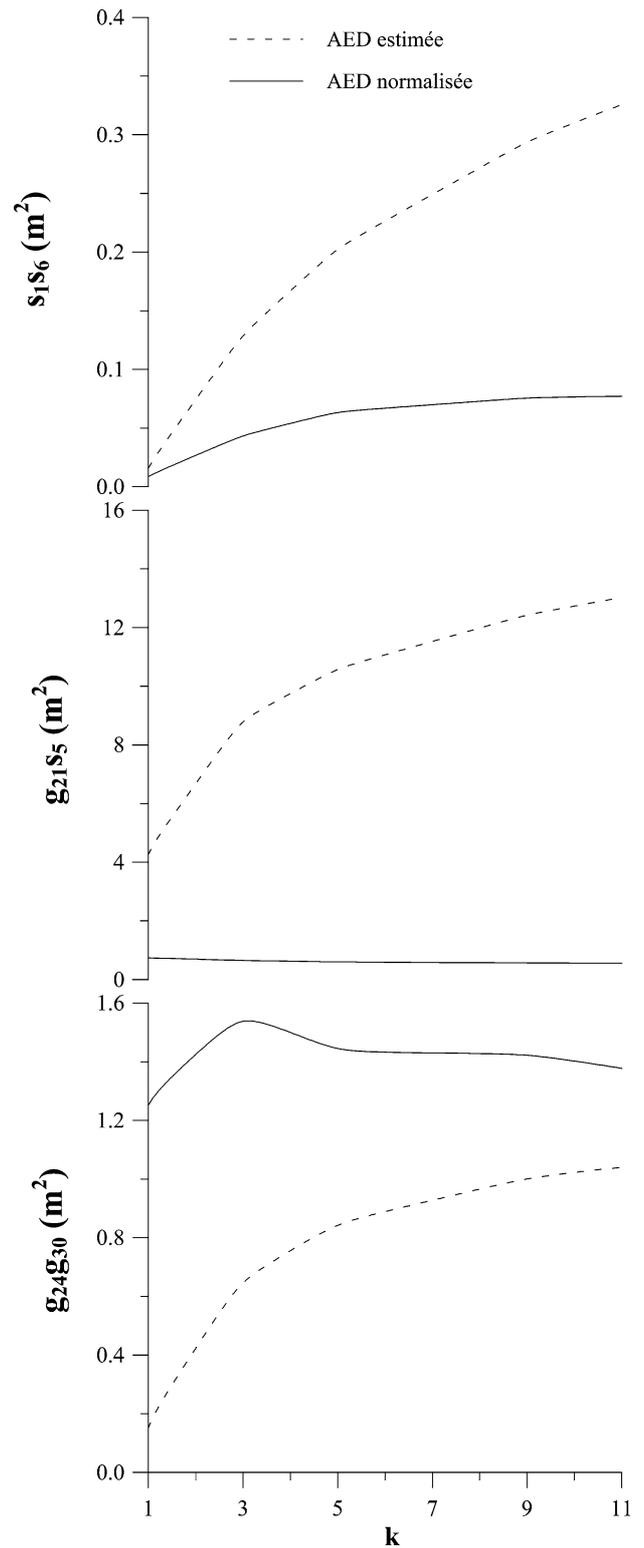


Fig. 6. Influence de la technique de normalisation sur les AED.

Fig. 6. Effect of the normalization technique on the DEA.

Les aires d'échange dirigé sont ensuite estimées en utilisant les coefficients de pondération simplifiés de Truelove [13] et en considérant un rapport de pressions partielles P_{H_2O}/P_{CO_2} égal à 1 ou 2 avec $P_{CO_2} = 0.1$ atm. La concen-

tration de suie est égale à 10^{-4} ou 10^{-3} $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Concernant les coefficients d'absorption spécifiques de suie $k_{s,m}$, ils sont issus de la référence [13]. Ces derniers sont recommandés lorsqu'on utilise la méthode des zones alors que les coefficients d'absorption corrigés $K_{s,m}^*$ sont réservés aux méthodes qualifiées d'économiques en temps de calcul à cause de la dépendance de ceux-ci avec la température du milieu [13].

5.1. Première approche

Le milieu est porté à haute température $T_g = 1000$ K alors que les parois de l'incinérateur sont froides. L'influence de l'émissivité ε des parois intérieures de l'incinérateur, du rapport de pressions partielles $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2}$ et de la concentration de suie C , sur la distribution du flux net radiatif surfacique adimensionné $\varphi_r/\varphi_{r\text{éf}}$ est étudiée. Le flux net radiatif total au niveau d'une surface i est calculé à partir de l'équation (12). Ces tests montrent l'absence de disproportions du flux net radiatif surfacique au niveau des parois. On remarque que $\varphi_r/\varphi_{r\text{éf}}$ dépend fortement de l'émissivité des parois. Les résultats obtenus étaient prévisibles puisque lorsque ε diminue, les parois deviennent de plus en plus réfléchissantes, renvoyant ainsi le rayonnement thermique vers le milieu gazeux. D'autre part, lorsqu'on augmente la concentration de suie de 10^{-4} à 10^{-3} $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, le flux net radiatif surfacique au niveau des parois augmente considérablement. La variation relative peut atteindre jusqu'à 50 % dans certaines régions du domaine de calcul. Le rapport de pressions partielles des gaz ($\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{CO}_2}} = 1$ ou 2; $P_{\text{CO}_2} = 0,1$ atm) n'a pas d'effet considérable sur la variation de $\varphi_r/\varphi_{r\text{éf}}$ vue la faible différence entre ces deux rapports, disponibles dans la littérature.

5.2. Deuxième approche

Le milieu semi-transparent (MST) est maintenant à l'équilibre radiatif où les surfaces de bases inférieure et supérieure sont adiabatiques vis-à-vis du rayonnement alors que les autres sont soumises à un flux radiatif surfacique constant φ_r . On a considéré un rapport de pressions partielles $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 2$ avec $P_{\text{CO}_2} = 0.1$ atm, une concentration de suie $C = 10^{-4}$ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et des parois grises en émission comme en réflexion et à réflexion diffuse-isotope, d'émissivité $\varepsilon = 0,5$.

Sur la Fig. 7 sont représentées les distributions de température au sein du milieu, correspondant à différentes valeurs du flux radiatif surfacique φ_r , imposées aux parois de l'incinérateur. On remarque que lorsque le flux radiatif surfacique imposé augmente, la température du milieu augmente considérablement. Ce résultat était prévisible puisque le flux radiatif surfacique est une fonction croissante de la température pour une émissivité donnée des parois. La variation de la température au sein du MST est faible à cause de son caractère très absorbant (2 coefficients $K_{t,n,m}$ élevés) [13].

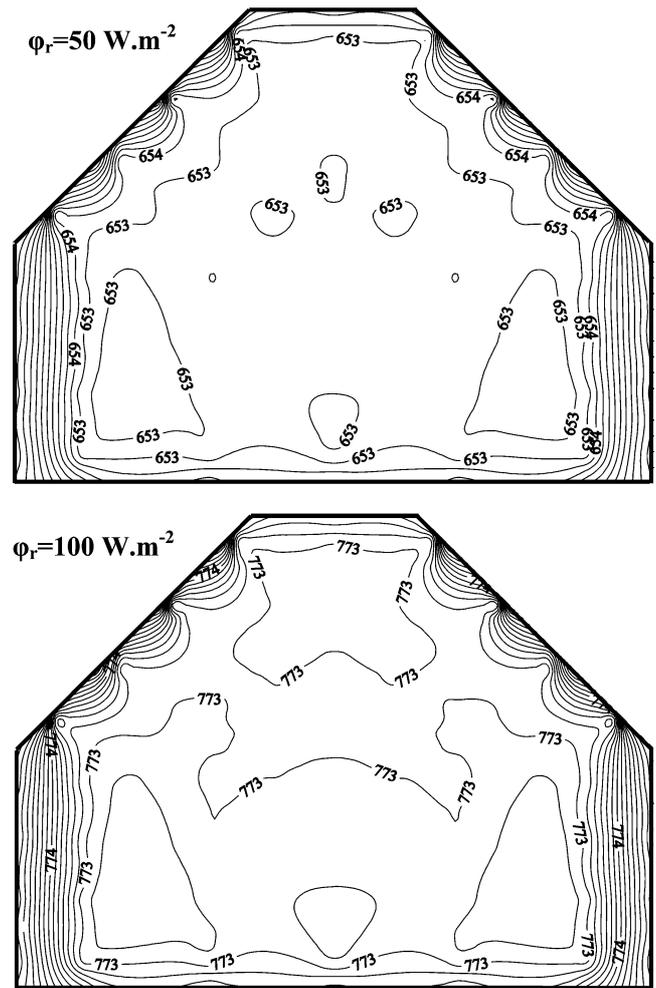


Fig. 7. Effet du flux radiatif surfacique φ_r , imposé aux parois, sur la distribution de température au sein du milieu ($\varepsilon = 0,5$, $C = 10^{-4}$ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $P = 1$ atm, $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 2$, $P_{\text{CO}_2} = 0,1$ atm).

Fig. 7. Effect of radiative flux density φ_r imposed on the walls, on the medium temperature distribution ($\varepsilon = 0,5$, $C = 10^{-4}$ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $P = 1$ atm, $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 2$, $P_{\text{CO}_2} = 0.1$ atm).

L'équilibre radiatif est aussi étudié pour un mélange de gaz CO_2 - H_2O -gaz clair (sans suie) lorsque les parois sont soumises à des températures prescrites. Sur la surface de base inférieure, la température est maintenue à 1200 K alors que celle de la base supérieure est 400 K. Pour les parois latérales (régions 1 et 2), on applique la température 900 K. Le mélange est soumis à la pression totale $P = 1$ atm où les pressions partielles des gaz vérifient $\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{CO}_2}} = 1$ et $P_{\text{CO}_2} = 0,1$ atm. L'émissivité des parois est un paramètre principal qui joue un rôle prépondérant dans les échanges thermiques par rayonnement au sein de l'incinérateur. Le contrôle de ce paramètre, pouvant augmenter suite à la formation d'une couche de suie, permet de retarder la détérioration des parois de l'incinérateur (en béton réfractaire) et assurer le bon fonctionnement de la partie radiative. La Fig. 8 représente l'influence de l'émissivité des parois sur la distribution de température au sein du milieu. On remarque que lorsque

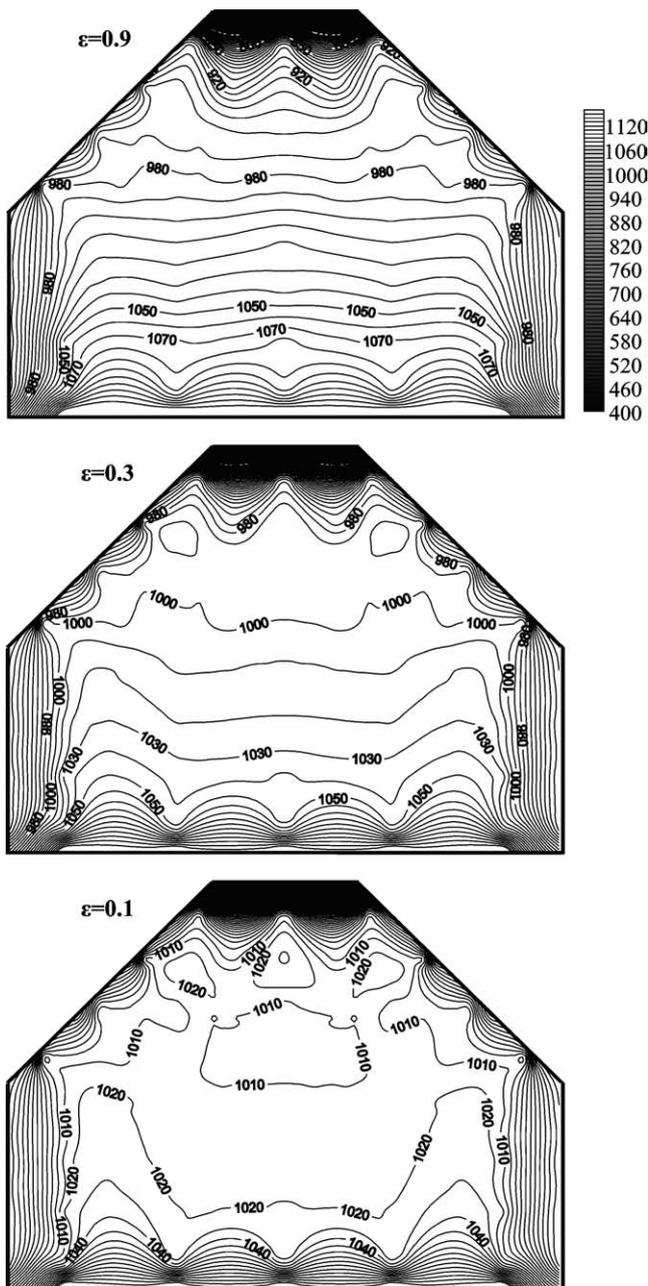


Fig. 8. Influence de l'émissivité sur la distribution de température au sein du mélange gazeux CO₂-H₂O-gaz clair ($P = 1$ atm, $P_{H_2O}/P_{CO_2} = 1$, $P_{CO_2} = 0,1$ atm).

Fig. 8. Dependence of the temperature distribution within the CO₂-H₂O-clear gas mixture on the wall emissivity ($P = 1$ atm, $P_{H_2O}/P_{CO_2} = 1$, $P_{CO_2} = 0.1$ atm).

l'émissivité diminue, la température de la zone centrale tend à être uniforme et on observe un refroidissement du milieu gazeux situé au voisinage de la surface de base inférieure et un échauffement de celui situé au voisinage de la surface de base supérieure et des surfaces latérales. Le flux de chaleur devient alors canalisé de la surface chaude vers la surface froide, ce qui se traduit par une augmentation du flux net radiatif au niveau des deux surfaces chaude et

froide. La Fig. 8 montre que le modèle radiatif proposé traite efficacement les singularités. Aussi, le recours à un maillage spatial fin, peut réduire les oscillations constatées au voisinage des parois.

6. Comparaison du modèle radiatif avec la méthode des rayons équivalents d'Hottel

Certains dispositifs industriels, dont on peut citer les chambres de combustion, sont traités par des approches qui découlent de l'étude de l'échange thermique entre surfaces. La méthode des rayons équivalents d'Hottel (« mean radiative beam length » en anglo-saxon) [6] est l'une des approches les plus utilisées en ingénierie. Elle permet d'estimer rapidement l'échange radiatif entre le milieu gazeux isotherme (cas des produits de combustion s'ils sont bien mélangés) et les surfaces qui le confinent. Celles-ci sont supposées froides et peu émissives de telle manière qu'elles contribuent faiblement aux échanges thermiques. Le flux radiatif total échangé à travers les surfaces frontières est fonction de l'émissivité totale du gaz. Cette grandeur peut être déterminée graphiquement à condition de connaître la longueur moyenne du rayon équivalent de gaz (ou parcours moyen) qui représente le rayon de l'hémisphère contenant le gaz qui émettrait, vers le centre de sa base, le même flux émis par le milieu considéré vers la surface frontière. Le flux net radiatif total traversant les parois de l'enceinte de surface A , est égal au flux émis par le gaz diminué de celui émis par les parois :

$$Q = \sigma A [\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g (T_p) T_p^4] \tag{18}$$

Cette approche demeure non définitivement précise au niveau des processus industriels à géométries complexes pour lesquels la longueur du parcours moyen de gaz (« mean beam length » en anglo-saxon) devient un paramètre difficile à évaluer avec précision. Pour une modélisation multidimensionnelle (2 ou 3D), ce problème risque de s'accroître. L'erreur engendrée par cette approche est importante lorsqu'on tient compte de la diffusion du rayonnement par les particules de suie [14]. Par ailleurs, le modèle SPGG peut être considéré comme étant le modèle radiatif le plus approprié dans de nombreuses applications industrielles où le mélange gaz/suie est supposé en équilibre thermique [14].

On considère un mélange de gaz non-gris et isotherme constitué des espèces CO₂, H₂O en présence d'un gaz clair. Ce mélange, supposé sans suie, est confiné dans des parois grises et froides. Il est porté à la température $T_g = 1000$ K et la pression totale $P = 1$ atm. Pour l'incinérateur considéré (Fig. 3), la longueur moyenne du rayon équivalent de gaz est fonction du volume V et de la surface A de l'incinérateur ($L_e = 0,9 \times 4 V/A$) [6]. Sachant que $P_{CO_2} L_e = 0,286$ atm·m, l'émissivité du CO₂, obtenue graphiquement [6], est égale à $\varepsilon_{CO_2} = 0,15$ avec un facteur de correction de l'émissivité C_{CO_2} égal à l'unité. En appliquant une démarche analogue à la précédente, on obtient $\varepsilon_{H_2O} = 0,18$

et $C_{H_2O} = 1,05$. Dans le cas où les parois seraient émissives, l'absorptivité totale du mélange gazeux est fonction des absorptivités de chacune des espèces gazeuses (CO_2 , H_2O) qui dépendent de la température des parois T_p .

Le Tableau 1 montre que l'absorptivité du gaz α_g est une fonction décroissante de la température des parois T_p . Les valeurs numériques obtenues du flux total au niveau des parois de l'incinérateur sont voisines de celles issues de la méthode des rayons équivalents d'Hottel, lorsque $T_p \leq T_g$. L'écart est d'autant plus important que les parois sont hautement chauffées ce qui est en bon accord avec l'hypothèse fondamentale sur laquelle repose la méthode d'Hottel (parois noires et froides). On note que le flux total s'annule lorsque T_p est égale à T_g et devient canalisé des parois internes vers le milieu gazeux pour des valeurs de T_p supérieures à T_g . L'augmentation de la température des parois s'accompagne d'une diminution relativement importante de ce flux. On note que la précision des AED dépend aussi du choix de l'ordre de discrétisation spatiale (N, M). En effet, une étude de l'influence du maillage spatial sur la précision

du modèle radiatif utilisé est rapportée sur la Fig. 9. Lorsqu'on augmente le nombre de zones (21, 62 et 84 zones correspondant aux maillages du type (4, 3), (7, 5) et (8, 6) respectivement), le flux net radiatif total au niveau des parois a tendance à diminuer. Le taux de variation maximal du flux net radiatif total, calculé en adoptant un maillage spatial du type (N, M) = (7, 5) et (8, 6) ne dépasse pas 2 % alors qu'il atteint 7 % si on passe de 21 à 62 zones (maillages respectifs du type (4, 3) et (7, 5)). Un compromis entre temps de calcul et précision des résultats numériques justifie le choix du maillage intermédiaire (7, 5).

7. Conclusion

Ce travail se situe dans le cadre d'un projet de dépollution et d'optimisation du rendement thermique d'une installation de carbonisation du bois équipée d'un incinérateur vertical. Nous disposons d'un code numérique permettant le calcul des échanges radiatifs au sein de l'incinérateur par la méthode des zones associée à une analyse nodale. Les aires d'échange direct (AED) sont normalisées par la technique des moindres carrées proposée par Larsen et Howell [3]. La prise en compte de la dépendance spectrale des propriétés radiatives des produits d'incinération des fumées de la pyrolyse du bois (gaz, suie) est effectuée par la méthode de somme pondérée de gaz gris (modèle SPGG).

L'influence de certains paramètres thermoradiatifs (concentration de suie, rapport de pressions partielles, émissivité des parois ...) sur la modélisation globale est étudiée pour une configuration complexe de l'incinérateur vertical (modélisation bidimensionnelle). L'adaptation de la technique de discrétisation d'Olsommer [4] à la géométrie de l'incinérateur ainsi que la normalisation des AED [3] permettent l'amélioration de la précision de ces facteurs d'échange correspondant à chaque gaz gris, des aires d'échange total (AET) et par conséquent de la modélisation globale. Les écarts relatifs entre les AED et les règles de sommation sont plus faibles que ceux obtenus dans les travaux d'Olsommer (méthode de Monte Carlo, méthode numérique) [4] ce qui montre l'intérêt particulier que présente la normalisation des AED. La comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par la méthode des rayons équivalents d'Hottel [6] montre que le

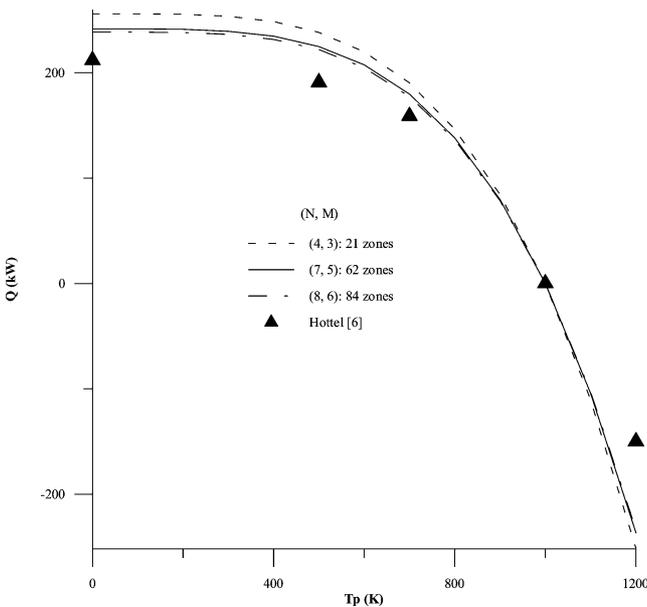


Fig. 9. Influence du maillage spatial sur la précision de la modélisation globale.

Fig. 9. Spatial mesh effect on the full modelling accuracy.

Tableau 1

Comparaison entre le flux radiatif total échangé à travers les parois de l'incinérateur, estimé par la méthode des zones et celui calculé par la méthode des rayons équivalents d'Hottel [6]

Table 1

Comparison between the total radiative flux exchanged through the incinerator walls, estimated by using the zonal method, and that calculated with the mean radiative beam length method due to Hottel [6]

T_p (K)	$\Delta\varepsilon(T_p)$	$\alpha_g(T_p)$	Φ_{zone} (kW)	Φ_{Hottel} (kW)	$(\Phi_{zone} - \Phi_{Hottel})/\Phi_{zone}$ (%)
0	–	–	242	212	12
500	0,019	0,468	225	191	15
700	0,0048	0,315	180	159	11
1000	0,034	0,305	0	0	–
1200	0,046	0,104	–237	–150	36

code numérique élaboré est souple (modification facile de l'ordre du maillage spatial, prise en compte de plusieurs types de conditions aux limites . . .) et suffisamment précis. Moyennant des modifications mineures, il peut traiter plusieurs types de géométries, notamment celui d'une géométrie rectangulaire (couplage du rayonnement, convection et conduction). La suite de ce travail consiste à simuler le comportement thermique de l'incinérateur en présence d'un milieu réactif (cinétique chimique, combustion).

Abridged English version

1. Radiative pattern

We propose, in a first approach, to study the radiative heat transfer in a vertical incinerator of the wood pyrolysis fumes (Fig. 3), by using a nodal analysis associated to the zonal method where the term due to the radiation in the energy equation is expressed in terms of exchange areas calculated in three distinct steps ((a) direct-exchange areas, (b) total-exchange areas, (c) directional direct exchange areas) [4,5,13]. The two first areas are computed only once since they are temperature independent allowing a considerable reduction in the computing time. The axial symmetry (thermal and radiative) of the system brings back the resolution to the case of a two-dimensional configuration. The effect of the principal parameters (wall emissivity, soot concentration, gas partial pressure ratios) on the heat flux and temperature distributions within the medium, is investigated by considering two problem types. This study is articulated around three essential steps:

- The first consists in calculating the direct-exchange areas (DEA) by considering surfaces as being gray in emission as in reflection and with diffuse-isotropic reflection. Volumes of region 2, located in the immediate vicinity of side surfaces, are replaced by volumes of rectangular section (Fig. 5). For these volumes, the numerical method proposed, to predict the DEA, consists in subdividing them in elementary volumes, according to the method proposed by Olsommer et al. [4] and not adding the contributions with the volume elements located outside the calculation domain. The all possible cases are illustrated on Fig. 5. The normalization of the DEA is carried out using the least-square method, based on the Lagrange multipliers [3].
- In the second step, the total-exchange areas (TEA), taking into account of single or multiple gray wall reflections, are deduced for each gray gas absorption coefficient $K_{t,n,m}$ by solving an algebraic equation system depending on the DEA [4,5].
- The purpose of the third step is to compute the directional direct-exchange areas which are related to the TEA. The spectral dependence of the radiative

properties of the emitted combustion products (CO_2 , H_2O , clear gas, soot), is taken into account by using the weighted-sum-of-gray-gases model (WSGGM) [4,12,13]. Herein, simplified linear weighting coefficients due to Truelove [13] are privileged to estimate the directional direct exchange areas.

2. Results and discussion

Preliminary tests have shown that the DEA seem to follow a logarithmic variation law according to the discretization order k . To remove this problem, we applied the least-square method of Larsen and Howell [3] to adjust the DEA with the energy conservation constraints (sum rules). The weighting factors w_{ij} used for the DEA normalization are $w_{ij} = x_{ij}^2$. We notice that the normalized DEA tend to be stabilised when k increases. Thus, a discretization with a relatively low order, makes it possible to compute the normalized DEA with a satisfactory accuracy and a less computing time. In the following, $k = 11$ is retained (Fig. 6).

In the first problem type, the medium is at a prescribed temperature $T_g = 1000$ K whereas the incinerator walls are cold. We notice the absence of disproportion of the wall net radiative flux density and that $\varphi_r/\varphi_{\text{ref}}$ strongly depends on the inner wall emissivity. The results obtained were expected since when ε decreases, the walls become more and more reflective, thus returning the thermal radiation towards the gaseous medium. In addition, when we increase the soot concentration from 10^{-4} to 10^{-3} $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, the wall net radiative flux density increases considerably. The relative variation can reach up to 50% in some areas of the calculation domain. The gas partial pressure ratios ($P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 1$ or 2; $P_{\text{CO}_2} = 0.1$ atm) does not considerably affect $\varphi_r/\varphi_{\text{ref}}$. This can be attributed to the weak difference between these two ratios, available in the literature.

The radiatively participating medium is now at radiative equilibrium (CO_2 , H_2O , clear gas, soot) where lower and higher base surfaces are in adiabatic radiatively equilibrium whereas the others are submitted to a prescribed radiative flux density φ_r . On Fig. 7 are represented the medium temperature distributions, corresponding to arbitrary values of radiative flux density imposed on the incinerator walls. This problem type is also investigated for a CO_2 - H_2O -clear gas mixture (without soot) when the inner walls are submitted to prescribed temperatures. On lower basic surface, the temperature is maintained to 1200 K whereas the higher base to 400 K. In the other walls, we apply the temperature 900 K. The mixture is submitted to the total pressure $P = 1$ atm where the gas partial pressure is $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 1$ with $P_{\text{CO}_2} = 0.1$ atm. The control of the wall emissivity, being able to increase following the formation of a soot layer, makes it possible to delay the deterioration of the inner walls and to ensure the correct operation of the radiative part. The effect of this parameter on the medium temperature distribution is reported on Fig. 8.

It is noticed that when the wall emissivity decreases, the temperature of the central zone tends to be uniform and we obtain a cooling of the gaseous medium located in the vicinity of lower basic surface and a heating of that located close to top and bottom surfaces. The heat radiative flux then becomes directed from hot surface towards cold surface, which results in an increase in net radiative flux through both the hot and cold surfaces. Fig. 8 shows that the suggested radiative model, treats effectively the singularities. Also, the recourse to a fine spatial mesh, can reduce the oscillations occurring in the vicinity of the walls. Table 1 shows that the gas absorptivity α_g is a decreasing function of the wall temperature T_p . The numerical values of total flux through the incinerator walls are close to those obtained by the Hottel's mean radiative beam length method [6] when $T_p \leq T_g$. The discrepancy between the values obtained with both methods is all the more significant since the walls are highly heated that is in agreement with the fundamental assumption on which the Hottel method repose (black and cold walls). The increase of the wall temperature is accompanied by a relatively significant reduction of this flux. It is noted that the DEA accuracy also depends on the choice of spatial discretisation (N, M) (Fig. 9). A compromise between computing time and accuracy of the numerical results justifies the choice of $(N, M) = (7, 5)$ grid.

3. Conclusion

The adaptation of the Olsommer discretization technique [4] to the incinerator geometry as well as the normalization of the DEA [3] allow the improvement of the accuracy of both DEA and total-exchange areas, simultaneously, corresponding to each gray gas, and consequently of the full modeling. The relative differences between the DEA and the corresponding sum rules are weaker than those obtained by Olsommer et al. (Monte Carlo method, numerical method) [4]. This makes the particular interest of the normalization of the DEA. The comparison between the results obtained and those given by the mean radiative beam length method due to Hottel [6] shows that the elaborated numerical

code is flexible (easy modification of the spatial discretization order, taking into account several boundary condition types . . .) and sufficiently accurate. With the help of minor modifications, the latter can treat several types of geometries, in particular those of a rectangular geometry (coupling of the radiation, convection and conduction). The continuation of this work consists in simulating the thermal behaviour of the incinerator containing a reactive medium (chemical kinetic, combustion).

Références

- [1] C. Mezerette, P. Girard, A.M. Vergnet, Aspects environnementaux liés à la pyrolyse de la biomasse, *Revue Bois et Forêts des Tropiques* 232 (1992) 67–80.
- [2] K. Halouani, H. Farhat, Depollution of atmospheric emissions of wood pyrolysis furnaces, *Renewable Energy* 28 (2003) 129–138.
- [3] M.E. Larsen, J.R. Howell, Least-square-smoothing of direct-exchange areas in zonal analysis, *J. Heat Transfer* 108 (1986) 239–242.
- [4] B. Olsommer, M. Von Spakovsky, D. Favrat, Transfert de chaleur par rayonnement dans un four d'incinération industriel : application de la méthode des zones, *Internat. J. Thermal Sci.* 36 (1997) 125–134.
- [5] M.F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Chapitre 18, McGraw-Hill, New York, 1993.
- [6] R. Siegel, J.R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, third ed., McGraw-Hill, New York, 1993.
- [7] H.C. Hottel, A.F. Sarofim, *Radiative Transfer*, New York, 1967.
- [8] J.J. Noble, The zone method: Explicit matrix relations for total exchange areas, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 108 (1975) 261–269.
- [9] M.H.N. Naraghi, B.T.F. Chung, B. Litkouhi, A continuous exchange factor method for radiative exchange in enclosures with participating media, *J. Heat Transfer* 110 (1988) 456–462.
- [10] M.E. Larsen, J.R. Howell, The exchange factor method: an alternative basis for zonal analysis of radiating enclosure, *J. Heat Transfer* 107 (1985) 936–942.
- [11] J.M. Rhine, R.J. Tucker, *Modelling of Gas-Fired Furnaces and Boilers*, McGraw-Hill, New York, 1991.
- [12] F.T. Smith, Z.F. Shen, J.N. Friedman, Evaluation of coefficients for the weighted sum of grey gases model, *J. Heat Transfer* 104 (1982) 602–608.
- [13] J.S. Truelove, A mixed grey gas model for flame radiation, United Kingdom Atomic Energy Authority, Report, AERE-R-8494, Harwell, 1976.
- [14] M.J. Yu, S.W. Beak, J.H. Park, An extension of the weighted sum of gray gases non-gray gas radiation model to a two phase mixture of non-gray gas with particles, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 43 (2000) 1699–1713.